เฉลยการบ้านครั้งที่ 8

Problem 7.5

ณ ตำแหน่ง x ใด ๆ บน transmission line ค่า impedance Z_x เขียนได้เป็น

$$Z_x = \frac{V_x}{I_x} = \frac{V_+ + V_-}{I_+ + I_-} = Z_0 \frac{I_+ - I_-}{I_+ + I_-} = Z_0 \frac{Ae^{-\gamma x} - Be^{\gamma x}}{Ae^{-\gamma x} + Be^{\gamma x}}$$

ถ้า *transmission line* ยาว l จะมีค่า *terminated impedance* Z_l เป็น

$$Z_l = Z_0 \frac{Ae^{-\gamma l} - Be^{\gamma l}}{Ae^{-\gamma l} + Be^{\gamma l}} \qquad \#$$

Problem 7.6

อ้างถึง *impedance* Z_x ที่ได้ใน *problem 7.5* : $Z_x = Z_0 \frac{Ae^{-\gamma x} - Be^{\gamma x}}{Ae^{-\gamma x} + Be^{\gamma x}}$ เราสามารถนำมาหาค่า *impedance* ที่ตำแหน่งใด ๆ บน *transmission line* ได้รวมถึง *impedance* ที่ *input* (ตำแหน่ง *x = 0*) ซึ่งจะทำให้ *input impedance* เขียนได้เป็น

$$Z_i = Z_0 \frac{1 - \frac{B}{A}}{1 + \frac{B}{A}} \qquad (1)$$

ในขณะที่ *terminate impedance* เขียนได้เป็น $Z_l = Z_0 \frac{Ae^{-\gamma l} - Be^{\gamma l}}{Ae^{-\gamma l} + Be^{\gamma l}}$ ด้วยการจัดรูปสมการ *terminated impedance* ให้อยู่ในรูป B/A เราได้ว่า

$$\frac{B}{A} = \frac{\left(1 - \frac{Z_l}{Z_0}\right)e^{-\gamma l}}{\left(1 + \frac{Z_l}{Z_0}\right)e^{\gamma l}} \qquad (2)$$

แทน *(2)* ใน *(1)* ได้

$$Z_i = Z_0 \frac{Z_0 \sinh \gamma l + Z_l \cosh \gamma l}{Z_0 \cosh \gamma l + Z_l \sinh \gamma l} \qquad \#$$

Problem 7.7

เราสามารถใช้ผลที่ได้ *problem 7.6* มาหา *input impedance* สำหรับกรณีที่น่าสนใจ *2* กรณีคือ

1) *Short circuited :* ในกรณีนี้ *terminated impedance* $Z_l = 0$ ดังนั้น

$$Z_{sc,input} = Z_0 \frac{Z_0 \sinh \gamma l}{Z_0 \cosh \gamma l} = Z_0 \tanh \gamma l$$

2) *Open circuited :* ในกรณีนี้ *terminated impedance* $Z_l = \infty$ ดังนั้น

$$Z_{oc,input} = Z_0 \frac{Z_l \cosh \gamma l}{Z_l \sinh \gamma l} = Z_0 \coth \gamma l$$

นอกจากนี้เราพบว่าผลคูณระหว่าง *input impedances* ในกรณี *short* และ *open circuited* บอกถึงค่า *characteristic impedance* Z_0 ของ *transmission line*

$$Z_{sc,input} \times Z_{oc,input} = Z_0 \qquad \#$$